Redes (IS20)

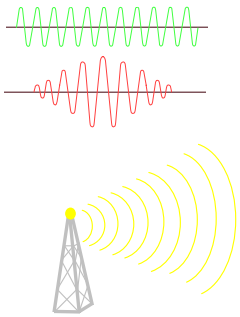
Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas

http://www.icc.uji.es

CAPÍTULO 2: Teoría de la Señal

ÍNDICE

1. Conceptos básicos
2. Fundamentos de la transmisión
3. Perturbaciones en la transmisión
    3.1. Ancho de banda limitado
    3.2. Atenuación
    3.3. Retardo
    3.4. Ruido
    3.5. Capacidad del canal



1. Conceptos Básicos

Preámbulo

Objetivo de la red: *transmitir información entre puntos distantes*

¿Qué información se transmite por una red?

¿Señales analógicas o digitales?

¿Qué caracteriza a una señal?

¿En qué medio se transmite la información?

¿Qué caracteriza a un sistema de comunicación?

←- - - - - - - - - →

¿Qué influye finalmente en la calidad de la transmisión?

La señal y el medio de transmisión

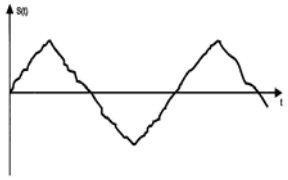
1. Conceptos Básicos

Características de las señales de comunicaciones

- En una red se pueden transmitir señales Analógicas y Digitales
- El hardware empleado en la transmisión será diferente. Tendremos: *Redes analógicas* y *Redes digitales*

Señal Analógica

Toma infinitos valores en un intervalo de tiempo



Señal Digital

Toma nº finito de valores en cualquier intervalo de tiempo

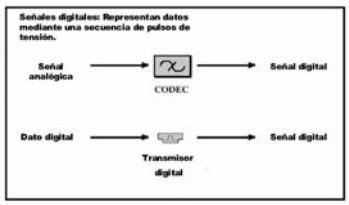
Características de las señales de comunicaciones

Redes analógicas y Redes digitales

- Ambas pueden transmitir cualquier información: voz, datos, imágenes, etc
- Existen servicios típicamente analógicos (voz) y típicamente digitales (datos producidos por equipo informático)

Transmisión en la red:

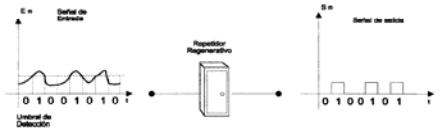
- datos analógicos como señales digitales: digitalización (conversor A/D)
- datos digitales como señales analógicas: modulación (Módem)



1. Conceptos Básicos

- Medios que transportan señales analógicas:
  - la señal es atenuada por el medio: *señal amplificada con amplificador*
  - el ruido que acompaña a la señal también se amplifica
  - transmisión analógica peor calidad que la digital

- Medios que transportan señales digitales:
  - pulsos transmitidos se distorsionan: *señal regenerada mediante repetidor*
  - el repetidor trata de recuperar la señal original (usando un umbral)



Diferencia R.A y R.D.: Amplificadores y repetidores

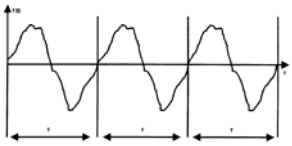
2. Fundamentos de la transmisión

2. Fundamentos de la transmisión

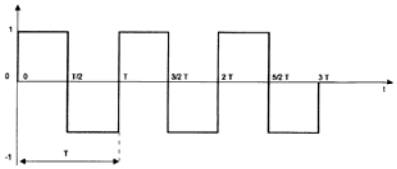
2.1. Señales Periódicas
2.2. Serie de Fourier de una señal periódica
2.3. Señal en el Dominio de la frecuencia
2.4. Ondas electromagnéticas
2.5. Unidades de Medida
2.6. Ancho de Banda

2.1. Señales Periódicas

- Una señal es periódica de período T si: $s(t)=s(t+T)$
- Estudiamos dos casos:
  - Función sinusoidal (armónica simple)
  - Función onda cuadrada

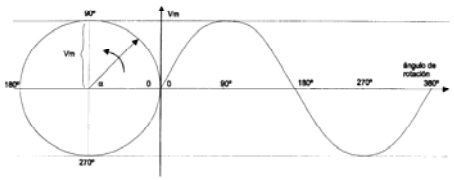


- *Función onda cuadrada*
  - Período (**T**): tiempo que la señal tarda en repetirse



$$s(t)=1, \quad si\ 0<t<T/2$$
$$s(t)=-1, \quad si\ T/2<t<T$$

- *Función sinusoidal (armónica simple)*
  - Período (**T**): tiempo que la señal tarda en repetirse
  - Ciclo: Parte de la señal comprendida en un T de tiempo
  - Frecuencia (***f***): nº ciclos de la señal que se dan en un segundo (Hz)



$$s(t) = A \cdot sin(w \cdot t + \theta)$$

$A = Amplitud$

$w = Frecuencia\ angular$

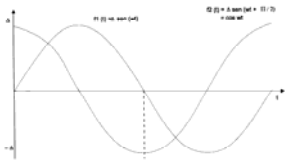
$w(rad/s) = 2\pi f$

$\theta = Angulo\ de\ fase\ inicial$

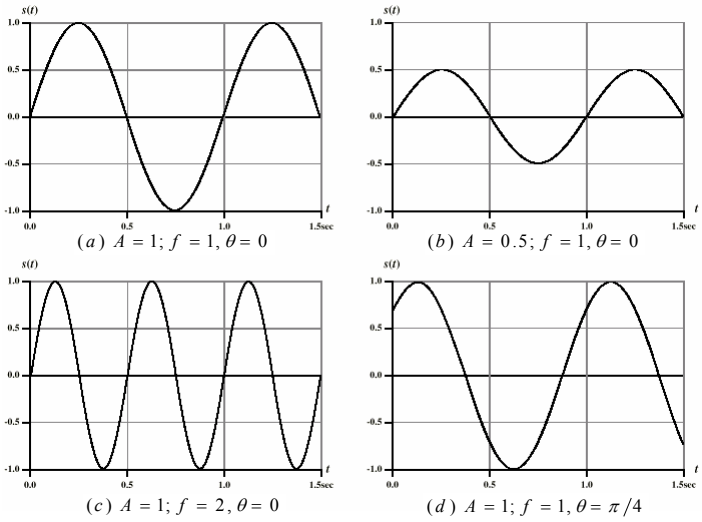
$f(Hz) = Frecuencia = 1/T$

Ángulo de fase inicial (θ) :

- El valor de la función en el instante t=0 depende del valor de θ
- Dos señales que se diferencian en la fase inicial: se dice que una está retrasada o adelantada respecto de la otra un número de grados o radianes.



- *Función sinusoidal:* $s(t) = A \cdot \sin(2\pi . f . t + \theta)$

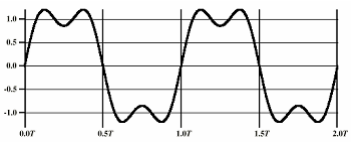


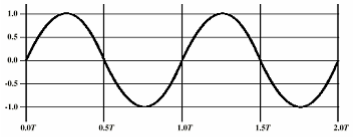
(a) $A = 1; f = 1, \theta = 0$ (b) $A = 0.5; f = 1, \theta = 0$

(c) $A = 1; f = 2, \theta = 0$ (d) $A = 1; f = 1, \theta = \pi/4$

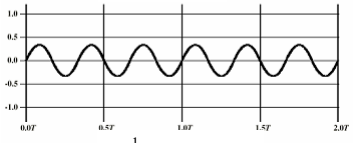
- Una señal electromagnética puede estar compuesta por muchas frecuencias múltiplos de *f*
- Frecuencia fundamental y sucesivos múltiplos (armónicos).
- Ejemplo: Descomposición de una señal *s(t)*

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left\{\sin(2\pi . f . t) + \frac{1}{3}\sin(2\pi . 3 . f . t)\right\}$$





(a) $\sin(2\pi . f . t)$



(b) $\frac{1}{3}\sin(2\pi . (3 f) . t)$

2.2. Serie de Fourier de una Señal Periódica

- Una señal periódica es representable en serie de Fourier (como senos y cosenos) si cumple condiciones de Dirichlet:
  - La función s(t) es periódica de periodo T
  - Debe ser definida y univalente, salvo en un número finito de puntos
  - La función s(t) y su derivada s '(t) deben ser continuas a trozos
- La representación de Fourier será:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(a_n \cdot cos(n \cdot w \cdot t) + b_n \cdot sin(n \cdot w \cdot t)\right)$$

$T = periodo\ de\ la\ señal\ f(t)\ ;\quad w = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi . f = frecuencia\ angular\ de\ s(t)$

- Cálculo de coeficientes:

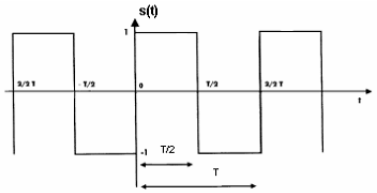
$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot cos(n \cdot w \cdot t) \cdot dt \quad n = 1,2,3...$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot sin(n \cdot w \cdot t) \cdot dt \quad n = 1,2,3...$$

- **Ejercicio 1:**

  Representar una Señal cuadrada de A=1 y periodo T como serie de Fourier



- Cálculo de coeficientes:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot dt = ?$$

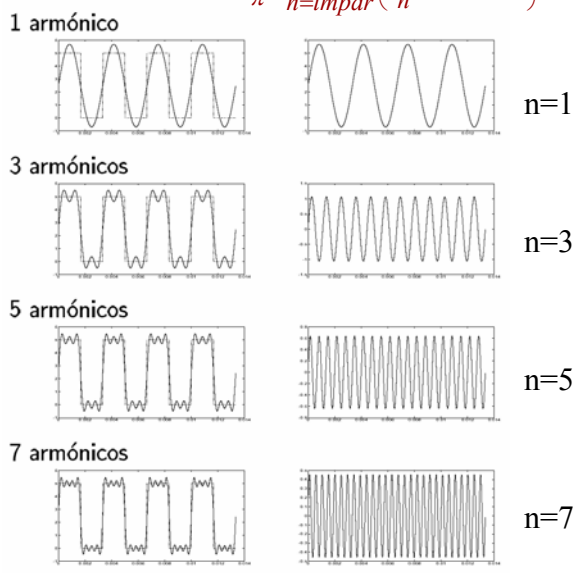
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot cos(n \cdot w \cdot t) \cdot dt = ? \quad n = 1,2,3...$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot sin(n \cdot w \cdot t) \cdot dt = ? \quad n = 1,2,3,...$$

- Serie de Fourier

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(a_n \cdot cos(n \cdot w \cdot t) + b_n \cdot sin(n \cdot w \cdot t)\right) = ????????$$

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=impar}^{n=\infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \right)$$



2.3. Señal en el Dominio de la frecuencia

- Se define el ***espectro*** de una señal como el conjunto de frecuencias que la constituyen.
- Espectro de Amplitud

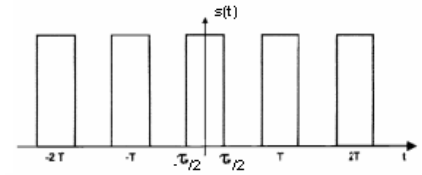
$$|Cn| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

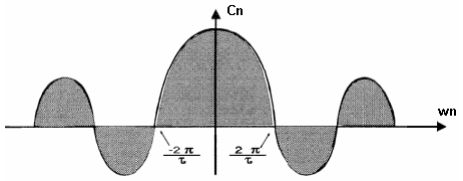
- Espectro de Fase

$$\theta_n = arctg\left(-\frac{b_n}{a_n}\right) = tang^{-1}\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

- Para cada valor de n, una frecuencia angular (n.w), un valor de amplitud Cn y un valor de fase θ
  - Hay un gráfico del valor de la amplitud del espectro en función de w_n
  - Hay un gráfico del valor de la fase del espectro en función de w_n

- Ejemplo: Espectro de amplitud de un tren de pulsos periódico
  - Amplitud de la señal en el dominio del tiempo
  - Amplitud de la señal en el dominio de la frecuencia





$$a_o = \frac{2A\tau}{T};\quad b_n = 0$$

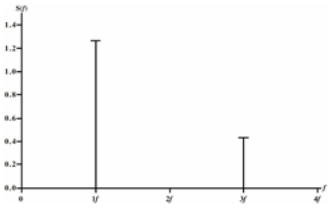
$$a_n = \frac{2A\tau}{T}\left\{\frac{sen(nw\tau/2)}{nw\tau/2}\right\};\quad \text{cuando}\quad nw = \left\{\frac{2\pi}{\tau}, \frac{4\pi}{\tau}, \ldots\right\}$$

Entonces $C_n = a_n = 0$ *angulo* $= \pi, 2\pi, 3\pi \ldots$

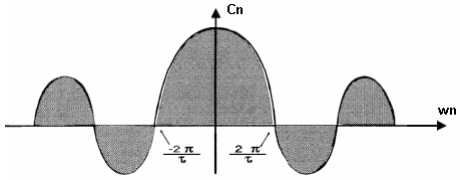
- Se define *Ancho de banda absoluto* de una señal como la anchura de su espectro
- Ejemplo 1:

$$s(t) = \frac{4}{\pi}\left\{sin(2\pi.f.t) + \frac{1}{3}sin(2\pi.3.f.t)\right\}$$

$$\Delta f = 3f - f = 2f$$



- Ejemplo 2: tren de pulsos cuadrado
  - tiene un ancho de banda infinito pero la mayor parte de la energía de la señal se concentra en una banda de frecuencias estrecha



- Consideraciones:
  - Una variación más rápida de f(t) en el dominio del tiempo (T pequeño) implica que la señal tendrá componentes de más alta frecuencia
  - Si la amplitud del espectro en zonas de alta frecuencia es grande, el no considerarlas supone un error
  - Si la amplitud en zonas de alta frecuencia es pequeña, pueden despreciarse. No serían significativas

- Definición:
  - Ancho de banda efectivo de una señal es aquel intervalo de frecuencias en el cual se concentra la mayor parte de los valores de la amplitud del espectro. Fuera pueden considerarse despreciables

¿Qué significa mayor parte de la señal?

2.4. Ondas electromagnéticas

- Las señales se propagan en los medios en forma de ondas electromagnéticas:
  - medios conductores: cables de cobre
  - medios dieléctricos: aire (ondas de radio, microondas)

- Una onda electromagnética:
  - Es la propagación de un campo electromagnético
  - El campo electromagnético está constituido por la interacción de dos campos: eléctrico y magnético
  - Un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable y viceversa
  - La velocidad de propagación de una onda electromagnética depende del medio en el que se propaga:
    - en el vacío la velocidad de la luz c=300.000 Km/sg

- Parámetros característicos de propagación:
  - Velocidad:

$$v = \frac{c}{\mu \cdot \varepsilon}$$

$\varepsilon = Const.\ dielectrica\ relat.\ del\ medio.$

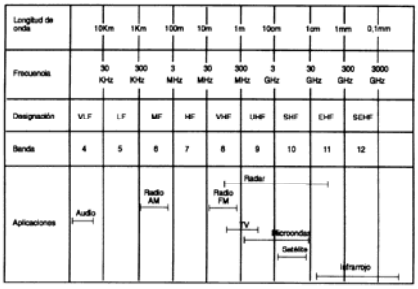
$\mu = Permeabilidad\ magnetica\ del\ medio.$

  - Longitud de onda, periodo y frecuencia:

$$\lambda = v \cdot T \qquad v = \lambda \cdot f$$

- Espectro de frecuencias

Clasificación de las frecuencias en segmentos



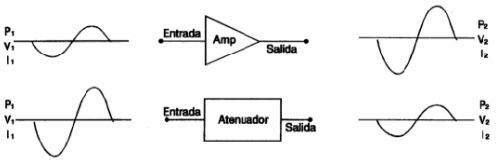
2.5. Unidades de Medida

- El dB (decibelio):
  - Indica la relación entre dos valores (tensiones, potencias, corrientes).
- Ganancia o atenuación en dB:

$$G(dB) = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

$$G(dB) = 20 \cdot \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$G(dB) = 20 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$$



P_1 = potencia de entrada. P_2 = potencia de salida.
V_1 = tensión de entrada. V_2 = tensión de salida.
I_1 = corriente de entrada. I_2 = corriente de salida.

- Ejemplo: Un circuito amplificador tiene una ganancia de 20dB. La potencia de entrada es de 1 Watt. ¿Cuál es la de salida?

$$20(dB) = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \cdot \log \frac{P_2}{1(Watt)}$$

$$P_2 = 100Watt$$

- El Neper:

$$Neper(N) = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

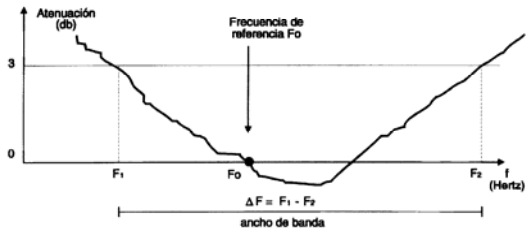
- Coeficiente de atenuación α (dB/km): atenuación en medio con la distancia

$$Pérdida\ dB = 8{,}68 \cdot \alpha \cdot l$$

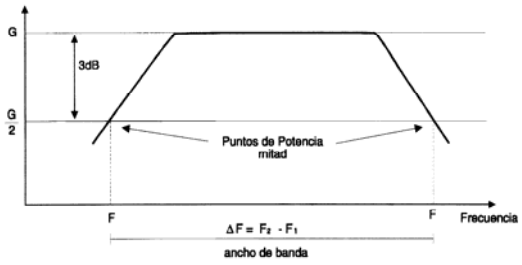
- Ejercicio3.

2.6. Ancho de Banda

- Definición:
  - Se denomina ancho de banda de una señal al intervalo de frecuencias para las cuales la amplitud de su espectro se mantiene bajo unos valores determinados. Normalmente 3 dB con respecto al valor de una frecuencia de referencia (suele ser la de mayor amplitud).
  - f_1 y f_2 límites inferior y superior del ancho de banda.



- Curva de ganancia de un amplificador:
  - La ganancia de un amplificador depende de la frecuencia de la señal que le llega. A esa dependencia se le llama curva de ganancia o respuesta en frecuencia.
  - Si una señal está compuesta por varias frecuencias y hay algunas fuera de este ancho de banda, la señal se deformará.



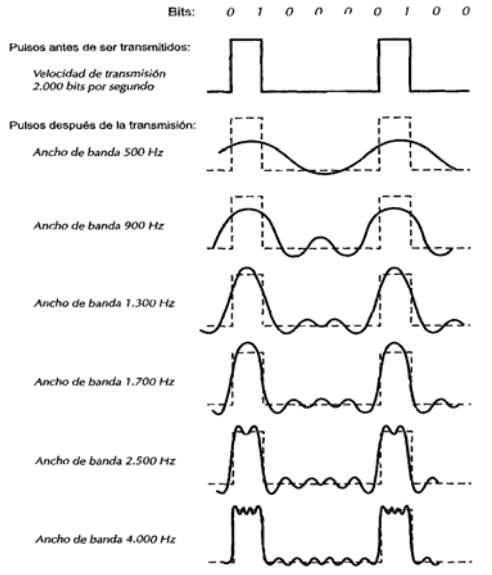
Ancho de Banda pasante de un medio

- Ancho de banda pasante de un medio.
  - Un medio, un soporte físico, también tiene un ancho de banda que se denomina "ancho de banda pasante":

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

  - Las componentes de la señal cuya frecuencia está fuera de esos límites son atenuadas más de 3 dB.
    - La señal sufre una distorsión. Se deforma.
    - La capacidad de transmisión del medio es limitada.
  - Si el ancho de banda fuera infinito $f_1 = 0$ y $f_2 = \infty$ ninguna señal sufriría distorsión.

Ejemplo: distorsión sufrida por señal digital de v=2000bit/seg



Ejercicio

a) Aproximamos una onda cuadrada de frecuencia f=1MHz por sus 2 primeros armónicos f, 3f, 5f. ¿Cuál es su ancho de banda?

$\Delta f = f_2 - f_1 = 4MHz; \quad T = 1\mu seg$ $\qquad \Delta f = 4MHz; \quad v = 2Mbps$

$t_{bit} = 0.5\mu seg; \quad v = n^o bitseg = 2Mbps$

b)Supongamos que disponemos de un ancho de banda de 8MHz, con f=2MHz

$\Delta f = 8MHz; \quad T = 0.5\mu seg$ $\qquad \Delta f = 8MHz; \quad v = 4Mbps$

$t_{bit} = 0.25\mu seg; \quad v = n^o bitseg = 4Mbps$

c)Supongamos que nos quedamos solo con el primer armónico

$f = 2MHz; \Delta f = 2f = 4MHz; \quad T = 0.5\mu seg$ $\qquad \Delta f = 4MHz; \quad v = 4Mbps$

$t_{bit} = 0.25\mu seg; \quad v = n^o bitseg = 4Mbps$

CONCLUSIONES:

- El medio limitará el ancho de banda que se puede transmitir. Esto introduce distorsiones
- A mayor ancho de banda mayor coste
- Al aumentar la velocidad de un sistema de transmisión aumenta el ancho de banda (efectivo) y viceversa.

3. Perturbaciones en la transmisión

3.1. Ancho de Banda limitado

3.2. Atenuación

3.3. Retardo

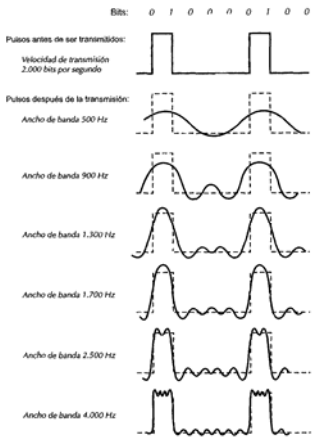
3.4. Ruido

Preámbulo

- Puede que la señal que se recibe difiera de la señal transmitida.
- Señales analógicas - degradación de la calidad de la señal.
- Señales digitales - bits erróneos.
- Las perturbaciones más significativas son:
  - La atenuación.
  - La distorsión de retardo.
  - El ruido

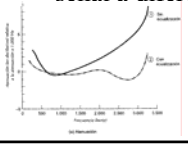
3.1. Ancho de Banda limitado

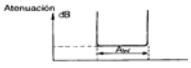
- ¿Porqué?
- Cualquier sistemas de transmisión solo puede transferir una banda limitada de frecuencias
- Canal compartido
- Canal es un filtro pasa-baja
- ¿Qué ocurre con una señal al pasar por un canal con ancho de banda (del canal) H?
- Ejemplo: señal sinusoidal y 101010..
  - Pasan los armónicos con frecuencias inferiores a H



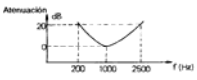
3.2. Atenuación

- La energía de la señal decae con la distancia en el medio
- Consideraciones a tener en cuenta:
  - La señal recibida debe tener suficiente energía para ser detectada
  - Para ser percibida sin error, debe conservar un nivel suficientemente mayor que el ruido
  - La atenuación es una función creciente de la frecuencia
- Los dos primeros problemas se resuelven controlando la energía
  - En líneas punto a punto se usan amplificadores y repetidores.
  - En líneas multipunto es más complejo.
- El tercer problema afecta sobre todo a señales analógicas, la señal se distorsiona.
  - Se usan técnicas de ecualización en una banda de frecuencias
  - Se toman medidas relativas de la atenuación midiendo la potencia de la señal a diferentes frecuencias





Canal ideal



Canal real de baja calidad

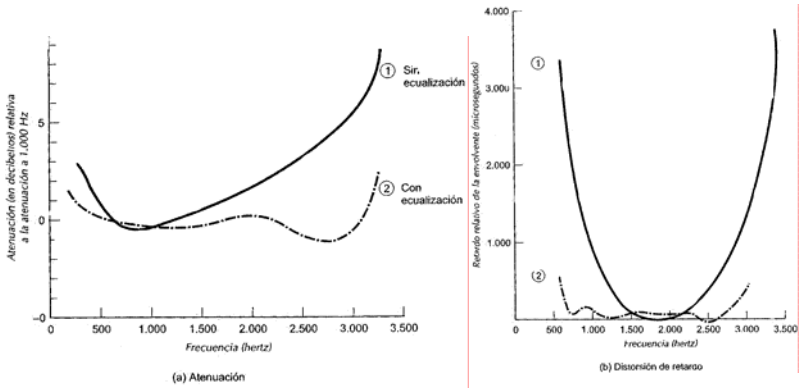
3.3. Retardo

- Es un problema de medios guiados que afecta principalmente a la transmisión de señales digitales
- La velocidad de propagación de la señal en el medio varia con la frecuencia
- Para una señal de banda limitada, la velocidad tiende a ser mayor cerca de la frecuencia central y disminuye al acercarse a los extremos de la banda
- Por ello las diferentes componentes de frecuencia de la señal llegarán al receptor en instantes diferentes de tiempo.
- Habrá un desplazamiento en fase entre las diferentes frecuencias
- La señal recibida está distorsionada debido al retardo variables de algunas componentes

- Ejemplo:

a) distorsión de atenuación en un canal de voz

b) distorsión retardo en un canal de voz



3.4. Ruido

Definición: Fenómeno que afecta a la calidad de la señal recibida.

- Variable en el tiempo
- Se superpone (suma) a la señal

Clasificación

- Ruido endógeno: producido dentro del sistema de comunicación
- Ruido exógeno: producido por elementos externos

Factor de Ruido

- En un canal de comunicación, amplificador etc., se define como:

$$F = \frac{Re\,lacion\,señal\,ruido\,de\,entrada}{Re\,lacion\,señal\,ruido\,de\,salida}$$

$$F = \frac{N_2}{G \cdot N_1}$$

- Si consideramos un circuito ideal (no introduce ruido) F=1.

3. Perturbaciones en la transmisión

Tipos de Ruido

- Ruido blanco o gausiano (térmico)
  - Producido por electrones en componentes del sistema de comunicación
  - La densidad de ruido es constante sobre todas las frecuencias de interés
  - La amplitud (tensión) es proporcional al ancho de banda empleado
- Ruido impulsivo
  - Aparece a intervalos irregulares, picos de corta duración y gran amplitud
  - Posible invalidación de datos transmitidos y su necesaria retransmisión
- Ruido de intermodulación:
  - Dispositivo no lineal: Cuando se le introduce una señal de una frecuencia aparecen varias
  - Afectan a los sistemas multiplexados en frecuencia
- Diafonía o "cross-talk":
  - Acoplamiento indeseado entre dos señales que circulan en conductores próximos
- Ruido de línea:
  - Es un caso de diafonía, la señal que se introduce es la de las líneas eléctricas

4. Capacidad del canal

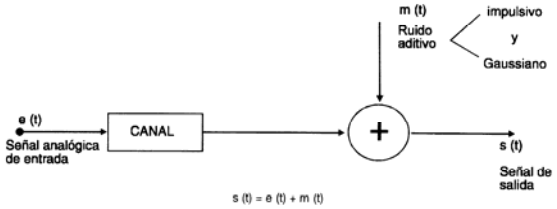
4. Capacidad del canal

- **Canal de comunicación:**

  Medio físico que vincula al emisor y receptor y que tiene como finalidad hacer posible la comunicación entre ambos.
- **Canal físico:**
  - Relacionado con características físicas y eléctricas del sistema:
    - La resistencia: provoca atenuación de las señales.
    - La inductancia y capacitancia: provoca distorsiones.
- **Canal de información:**
  - Relacionado con especificaciones externas al sistema
  - Evalúa los recursos del canal físico.
  - Criterio de eficiencia
    - Velocidad de transmisión de la información.
    - Calidad con que es transportada: preservación de la integridad de la información mediante medios de codificación con redundancia.

Canales ideales y reales

- Canal ideal o continuo
  - Si introducimos una señal a su entrada, reproduce a su salida la misma señal. No contempla fenómenos de ruido y distorsión
- Canal real
  - Canal continuo en el que además se contemplan los fenómenos de ruido (impulsivo o aleatorio) y distorsión.



Capacidad de un Canal

Definición:

- Cantidad de información que es posible enviar a través de un canal de comunicaciones
- Máxima velocidad de transmisión de datos en bps que se puede utilizar (libre de errores)

$$C = V_{tmax} \ (bps)$$

Canal ideal *¿Cuál es la capacidad de un canal continuo?*

Canal con distorsión (ancho de banda finito) y sin ruido

El teorema de Nyquist nos permite establecer su capacidad

- *"Si la velocidad de transmisión de la señal es 2B entonces una señal con frecuencia no superior a B es suficiente para transportar está velocidad de transmisión de la señal, y viceversa, dado un ancho de banda B, la velocidad mayor de transmisión de la señal que se puede conseguir es 2B"*

$$V_{Tmax} = 2 \cdot \Delta f \ (bps)$$

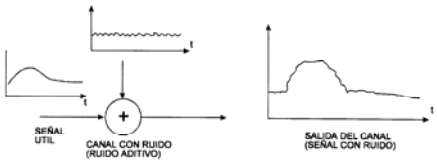
$$V_{Tmax} = 2 \cdot \Delta f \cdot \log_2 n (bps) \quad Transmision \ \ Multinivel, \ n \ niveles.$$

¿Se puede aumentar indefinidamente la capacidad?

Capacidad de un Canal

Canal con distorsión y ruido aleatorio

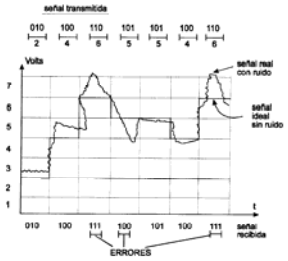
- Ruido aleatorio



- Imposible aumentar indefinidamente la capacidad aumentando el número de niveles

TRIBITS

DIGITOS BINARIOS	NIVEL DE SEÑAL
000	0 volts
001	1 "
010	2 "
011	3 "
100	4 "
101	5 "
110	6 "
111	7 "



Capacidad de un Canal

- El número de niveles está limitado por el valor de la relación SNR:

$$SNR = \frac{Potencia\ media\ de\ la\ señal}{Potencia\ media\ del\ ruido} = 10 \cdot log_{10}\left(\frac{potencia\ señal}{ruido}\right) \quad dB$$

Teorema de Shannon-Hartley:

- Capacidad de un canal con Δf y ruido aleatorio
- Número máximo de niveles

$$n_{max} = (1 + SNR)^{\frac{1}{2}}$$

- Capacidad máxima de un canal (libre de errores)

$$C = 2 \cdot \Delta f \cdot log_2(1 + SNR)^{\frac{1}{2}} = \Delta f \cdot log_2(1 + SNR)$$

- Ejemplo: Canal de Δf=3KHz

$$SNR = 1000 \qquad C = 3000 \cdot \log_2(1 + 1000) = 29.902\ (bps)$$

Conclusiones

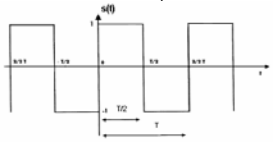
Conclusiones

- Nos interesa el procedimiento para transmitir señales a través de un enlace de comunicación
- La señal se debe describir como un conjunto de componentes que barren un rango de frecuencias electromagnéticas
- Las propiedades de la transmisión dependerán de las frecuencias involucradas
- Los defectos y limitaciones que sufre la señal en la transmisión dependen de la frecuencia
- El propio medio afecta a la calidad de transmisión limitando la velocidad y distancia de la misma

Ejercicios

Ejercicios

- Ejercicio 1: Representar una Señal cuadrada de A=1 y periodo T como serie de Fourier



$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(a_n \cdot \cos(n \cdot w \cdot t) + b_n \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\right) = ?$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} (-1) \cdot dt + \frac{2}{T}\int_{0}^{T/2} (+1) \cdot dt = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot \cos(n \cdot w \cdot t) \cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} (-1) \cdot \cos(n \cdot w \cdot t) \cdot dt + \frac{2}{T}\int_{0}^{T/2} (+1) \cdot \cos(n \cdot w \cdot t) \cdot dt =$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot (-1) \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\Big|_{-T/2}^{0} + \frac{2}{T} \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\Big|_{0}^{T/2} = 0 \qquad n = 1,2,3...$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} (-1) \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot dt + \frac{2}{T}\int_{0}^{T/2} (+1) \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot dt =$$

$$b_n = \frac{2}{Tnw} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\Big|_{-T/2}^{0} + \frac{2}{Tnw} \cdot (-1) \cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\Big|_{0}^{T/2} =$$

$$b_n = \frac{2}{n\pi}\left\{\cos(0) - \cos(-n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \cos(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}) + \cos(0)\right\} = \frac{2}{n\pi}\left(1 - \cos(n\pi)\right) \qquad n = 1,2,3...$$

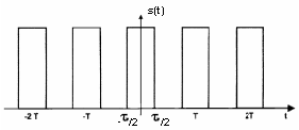
$$s(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=impar}^{n=\infty} \left(\frac{1}{n} \cdot sin(n \cdot w \cdot t)\right)$$

Ejercicios

Ejercicios

- Ejercicio 2: Representar una Señal tren de pulsos con amplitud A y periodo T como serie de Fourier

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(a_n \cdot \cos(n \cdot w \cdot t) + b_n \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\right) = ?$$



$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cdot dt = \frac{2}{T}\cdot A \cdot \tau$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} (A)\cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\cdot dt =$$

$$a_n = \frac{2}{Tnw}\cdot A \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{2}{Tnw}\cdot A \cdot 2 \cdot \sin(n \cdot w \cdot \frac{\tau}{2}) = \frac{2A\tau}{T}\cdot \frac{\sin(n \cdot w \cdot \frac{\tau}{2})}{n \cdot w \cdot \frac{\tau}{2}} \qquad n = 1,2,3...$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\cdot dt = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cdot \sin(n \cdot w \cdot t)\cdot dt =$$

$$b_n = \frac{2}{Tnw}\cdot A \cdot (-1)\cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = -\frac{2A}{Tnw}\left(\cos(n \cdot w \cdot \frac{\tau}{2}) - \cos(-n \cdot w \cdot \frac{\tau}{2})\right) = 0 \qquad n = 1,2,3...$$

$$s(t) = \frac{2A\tau}{T} + \frac{2A\tau}{T}\cdot \sum_{n=1}^{n=\infty}\left(\frac{\sin\left(\frac{nw\tau}{2}\right)}{\frac{nw\tau}{2}}\cdot \cos(n \cdot w \cdot t)\right)$$

Ejercicios

Ejercicios

- Ejercicio 3: Calcular la atenuación en un par de abonado construido con cable de cobre de par trenzado de calibre 16, sabiendo que α=2dB/km, a una frecuencia de 1kHz y que la línea tiene una distancia de 20km desde la central telefónica hasta el domicilio del usuario

$$Pérdidas\ dB = 8{,}68 \cdot \alpha \cdot l = 8{,}68 \cdot 2dB/km \cdot 20km = 34{,}72dB$$